ТЕПЛОФИЗИКА

Лекция №8

План лекции:

1. Коэффициент теплоотдачи
2. Передача тепла через плоскую стенку с учётом теплообмена с внешней средой.
3. Передача тепла через цилиндрическую стенку
4. Критический диаметр тепловой изоляции

1. КОЭФФИЦИЕНТ ТЕПЛООТДАЧИ

Как правило, в теплообменных системах кроме твёрдых элементов присутствуют жидкие или газообразные теплоносители. В силу интенсивного перемешивания элементов жидкой или газообразной среды её температура интенсивно изменяется при удалении от охлаждаемого или нагреваемого объекта. В таких условиях теплота передаётся не только теплопроводностью, но и конвекцией (о которой мы будем говорить позже). В целом тепловой поток в такой среде будет определяться перепадом температур между ядром среды (на большом удалении от охлаждаемой или нагреваемой поверхности) и температурой самой поверхности:

$$Q = \alpha\left(T_{ж} - T_{ст}\right)F, \tag{1}$$

где: $Q[Вт]$ - количество отведённого тепла от поверхности площадью F. $T_{ж}$ - температура среды, $T_{ст}$ - температура поверхности. Эта формула носит название формулы Ньютона.

Коэффициент пропорциональности в этой формуле $\alpha\left[Вт/\left(м^2 \cdot град\right)\right]$ называется **коэффициентом теплоотдачи и характеризует интенсивность теплообмена при заданном перепаде температур.** Чем выше α, тем интенсивнее среда отводит или подводит тепло к поверхности.

Коэффициент теплоотдачи зависит от многих факторов, таких как скорость потока теплоносителя, режим течения, геометрия поверхности и т.д. Методы определения коэффициента теплоотдачи будут нами рассмотрены на следующих лекциях.

Интенсивность теплообмена неодинакова по всей площади соприкосновения теплоносителя со стенкой. Поэтому для разных участков поверхности коэффициент теплоотдачи имеет различные числовые значения. Коэффициент теплоотдачи, характеризующий интенсивность теплообмена на элементе площади, называют местным коэффициентом теплоотдачи. В соответствии с формулой Ньютона местный коэффициент теплоотдачи имеет вид:

$$\alpha = \frac{dQ}{\left(T_{ж} - T_{ст}\right)dF} = \frac{q}{\left(T_{ж} - T_{ст}\right)} \tag{2}$$

В практических расчетах чаще используется среднее значение коэффициента теплоотдачи, который определяется выражением:

$$\bar{\alpha} = \frac{Q}{\left(T_{ж} - T_{ст}\right)F} \tag{3}$$

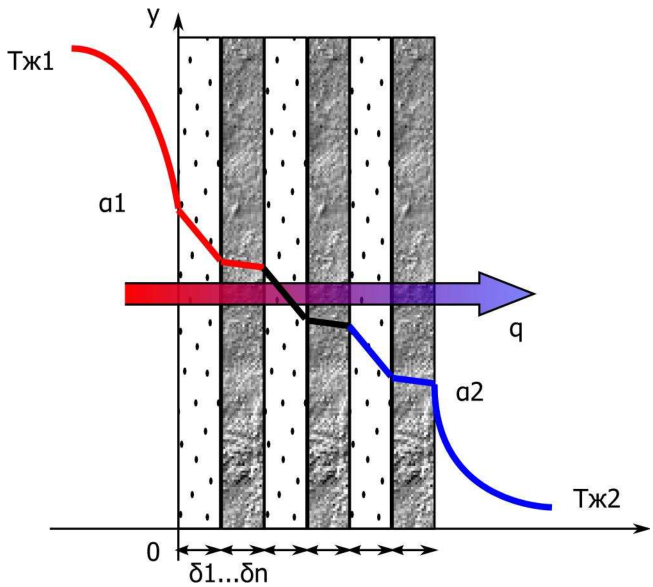
В этой формуле $T_{ж}$ и $T_{ст}$ - средняя для всей поверхности температура среды и стенки.

Формулу Ньютона удобно также использовать для записи теплового потока при радиационно-конвективном теплообмене. Если газ обменивается со стенкой теплотой одновременно путем соприкосновения и излучения, то общий поток теплоты равен:

$$q = q_{конв} + q_{изл} = \alpha_{конв}\left(T_ж - T_{ст}\right) + \alpha_{изл}\left(T_ж - T_{ст}\right)$$
$$q = \left(\alpha_{конв} + \alpha_{изл}\right)\left(T_ж - T_{ст}\right) \qquad (4)$$
$$q = \alpha_{сум}\left(T_ж - T_{ст}\right)$$

2. ПЕРЕДАЧА ТЕПЛА ЧЕРЕЗ ПЛОСКУЮ СТЕНКУ С УЧЁТОМ ТЕПЛООБМЕНА С ВНЕШНЕЙ СРЕДОЙ.

Для получения расчетной формулы теплового потока при теплопередаче, учитывающей все виды теплопереноса у поверхности, рассмотрим теплопроводность многослойной плоской стенки. Стенка состоит из n слоев с известными толщинами и коэффициентами теплопроводности. Известны также контактные термические сопротивления между отдельными слоями. Теплоносители имеют температуры $T_{ж1}$ и $T_{ж2}$, а интенсивность их теплообмена с поверхностями стенки определяется коэффициентами α_1 и α_2.



При стационарном режиме теплообмена плотности теплового потока от первого теплоносителя к стенке, через стенку и от стенки ко второму теплоносителю одинаковы. С учетом формул для многослойной плоской стенки плотности теплового потока определяются выражениями:

$$q = \alpha_1\left(T_{ж1} - T_{ст1}\right)$$
$$q = \frac{T_{ст1} - T_{ст(n+1)}}{\sum\limits_{i=1}^{n}\frac{\delta_i}{\lambda_i} + \sum\limits_{i=1}^{n-1} R_{Ki-(i+1)}} \qquad (5)$$
$$q = \alpha_2\left(T_{ст(n+1)} - T_{ж2}\right)$$

Выразив из этих уравнений разности температур в явном виде и просуммировав левые и правые части полученных равенств, найдем формулу для плотности теплового потока:

$$q = k\left(T_{ж1} - T_{ж2}\right)$$
$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum\limits_{i=1}^{n}\frac{\delta_i}{\lambda_i} + \sum\limits_{i=1}^{n-1} R_{Ki-(i+1)} + \frac{1}{\alpha_2}} \qquad (6)$$

Величина k носит название **коэффициента теплопередачи**.

Из формулы (6) видно, что термическое сопротивление стенки складывается из:

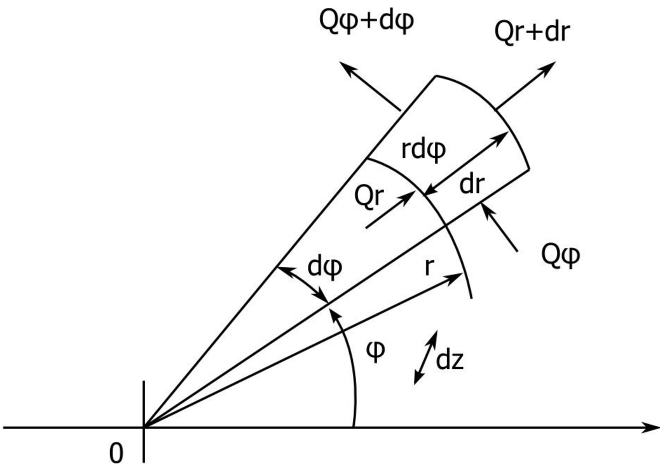
внешних термических сопротивлений $1/\alpha$,

внутренних термических сопротивлений δ/λ и

контактных термических сопротивлений R_K.

3. ПЕРЕДАЧА ТЕПЛА ЧЕРЕЗ ЦИЛИНДРИЧЕСКУЮ СТЕНКУ

В реальных условиях плоских стенок с бесконечно большой площадью не существует. Как правило, задачи теплообмена сводятся к анализу теплового состояния замкнутых полостей или протяжённых каналов. Простейшим случаем является теплопередача через стенки достаточно длинной трубы. Труба обладает радиальной симметрией, и теплота передаётся только в направлении радиуса трубы. Такую задачу можно рассчитать в одномерном приближении записав исходное дифференциальное уравнение теплопроводности в цилиндрических координатах.



Выделим бесконечно малый объём газа и рассмотрим тепловой баланс этого объёма. Изменение всех параметров процесса по координате z равно 0.

$$dQ = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial \tau} r \cdot d\tau \cdot dr \cdot d\varphi \cdot dz \tag{7}$$

В отсутствии внутренних источников теплоты, теплота подведённая к системе за единицу времени может быть записана следующим образом[1]:

$$dQ = Q_r + Q_\varphi - \left(Q_r + \frac{\partial Q_r}{\partial r} dr\right) - \left(Q_\varphi + \frac{\partial Q_\varphi}{\partial \varphi} d\varphi\right)$$

или (8)

$$dQ = -\left(\frac{\partial Q_r}{\partial r} dr + \frac{\partial Q_\varphi}{\partial \varphi} d\varphi\right)$$

Запишем выражения для плотности теплового потока в виде:

$$Q_r = q_r r \cdot d\varphi \cdot dz \cdot d\tau; \quad Q_\varphi = q_\varphi dz \cdot dr \cdot d\tau, \tag{9}$$

---

[1] Член $\frac{\partial Q_\varphi}{\partial \varphi} d\varphi$ изначально необходимо рассматривать как приращение количества теплоты не за счёт приращения угла φ, а за счёт приращения длины дуги l по радиусу r - $\frac{\partial Q_\varphi}{\partial l} dl = \frac{\partial Q_\varphi}{\partial (r\varphi)} d(r\varphi) \equiv \frac{\partial Q_\varphi}{\partial \varphi} d\varphi$ по аналогии с задачей теплопроводности в декартовой системе координат.

где, согласно закону Фика[2]:

$$q_r = -\lambda \frac{\partial T}{\partial r}; \quad q_\varphi = -\frac{\lambda}{r}\frac{\partial T}{\partial \varphi} \tag{10}$$

С учётом закона Фика дифференциальное уравнение теплообмена можно получить в виде:

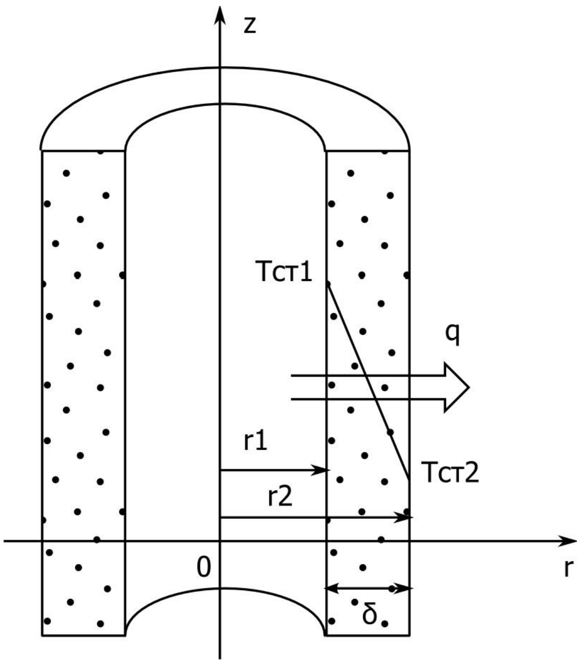
$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial \tau} r \cdot dr \cdot d\varphi \cdot dz \cdot d\tau = -\left(\frac{\partial (r q_r)}{\partial r} dr \cdot d\varphi \cdot dz \cdot d\tau + \frac{\partial q_\varphi}{\partial \varphi} dr \cdot d\varphi \cdot dz \cdot d\tau \right)$$

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial \tau} = -\frac{1}{r}\left(\frac{\partial (r q_r)}{\partial r} + \frac{\partial q_\varphi}{\partial \varphi} \right) \tag{11}$$

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{1}{r}\left(\frac{\partial}{\partial r}\left(r\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\frac{\lambda}{r}\frac{\partial T}{\partial \varphi} \right) \right) = \frac{1}{r}\left(\lambda r \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \lambda \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\lambda}{r}\frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} \right) = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} \right)$$

$$\boxed{\rho c_p \frac{\partial T}{\partial \tau} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} \right)} \tag{12}$$

В стационарных условиях при равномерном распределении температуры по стенкам трубы дифференциальное уравнение теплообмена упрощается и возможно получить его точное решение.



Таким образом уравнение, описывающее теплопередачу через цилиндрическую стенку можно записать следующим образом:

$$\frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dT}{dr} = 0 \tag{13}$$

Введём новую переменную $u = \frac{dT}{dr}$, тогда:

---

[2] По закону Фика тепловой поток пропорционален градиенту температуры по направлению. В данном случае это дуга l по радиусу r - $\frac{\partial T}{\partial l} = \frac{\partial T}{\partial (r\varphi)} \equiv \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial \varphi}$

$$
\begin{aligned}
&\frac{du}{u} = -\frac{dr}{r}\\
&\ln u + \ln r = +\ln C_1\\
&ur = C_1
\end{aligned}
\tag{14}
$$

$$
\begin{aligned}
&\frac{dT}{dr} r = C_1\\
&dT = \frac{C_1}{r} dr\\
&T = C_1 \ln r + C_2
\end{aligned}
$$

Константы интегрирования определим из граничных условий:

$$
\begin{aligned}
&T\big|_{r=r1} = T_{ст1}\\
&T\big|_{r=r2=r1+\delta} = T_{ст2}
\end{aligned}
\tag{15}
$$

$$
\begin{aligned}
&C_1 \ln r_1 + C_2 = T_{ст1}\\
&C_1 \ln r_2 + C_2 = T_{ст2}
\end{aligned}
\tag{16}
$$

$$
C_1 = \frac{T_{ст1} - T_{ст2}}{\ln\left(r_1/r_2\right)};\quad C_2 = T_{ст1} - \frac{\ln r_1}{\ln\left(r_1/r_2\right)}\left(T_{ст1} - T_{ст2}\right)
$$

В итоге получаем следующее выражение для температуры внутри стенки трубы:

$$
\boxed{T = T_{ст1} + \left(T_{ст1} - T_{ст2}\right)\frac{\ln\left(d/d_1\right)}{\ln\left(d_1/d_2\right)}}
\tag{17}
$$

Полный тепловой поток через изотермическую поверхность можно оценить по закону Фурье в виде:

$$
\boxed{
\begin{aligned}
&Q = -\lambda \frac{dT}{dr} 2\pi r L\\
&Q = \pi L \frac{\left(T_{ст1} - T_{ст2}\right)}{\dfrac{\ln\left(d_2/d_1\right)}{2\lambda}}
\end{aligned}
}
\tag{18}
$$

L - длина трубы.

Величину $\frac{\ln\left(d_2/d_1\right)}{2\lambda}$ называют **внутренним термическим сопротивлением цилиндрической стенки**. Величину $q_l = \frac{Q}{L}$ называют **линейной плотностью теплового потока**.

Анализ теплопроводности многослойных стенок трубы приводит в следующему выражению для теплового потока.

$$
\boxed{q_l = \frac{\pi\left(T_{ст1} - T_{ст2}\right)}{\sum\limits_{i=1}^{n} \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \sum\limits_{i=1}^{n-1} \frac{R_{Ki-(i+1)}}{d_{i+1}}}}
\tag{19}
$$

Для задач теплопередачи в сложных условиях (с учетом конвекции, излучения и т.д.) применяют формулу вида:

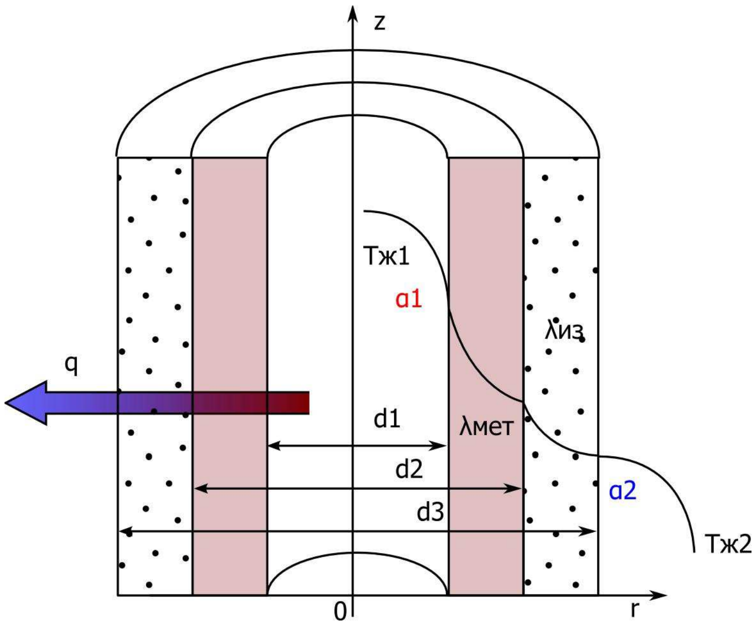
$$q_l = \frac{\pi\left(T_{ж1} - T_{ж2}\right)}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{R_{Ki-(i+1)}}{d_{i+1}} + \frac{1}{\alpha_2 d_{n+1}}} \qquad (20)$$

4. КРИТИЧЕСКИЙ ДИАМЕТР ТЕПЛОВОЙ ИЗОЛЯЦИИ

Из соотношения (20) видно, что при постоянных значениях коэффициентов теплоотдачи термическое сопротивление стенок трубы нелинейно зависит от диаметра внешнего слоя.

Рассмотрим более подробно задачу теплоизоляции трубопроводов. Предположим, что имеется металлическая труба большого удлинения (внутренний диаметр d_1, внешний диаметр d_2, теплопроводность металла $\lambda_{мет}$) со слоем теплоизоляции (внешний диаметр d_3, теплопроводность изоляции $\lambda_{из}$). Коэффициенты теплоотдачи со стороны нагретой жидкости в трубе и со стороны охлаждающей жидкости с наружи заданы и равны α_1 и α_2. Теплоизоляция идеально наложена на трубу – контактное сопротивление отсутствует. Согласно формуле (20) линейная плотность теплового потока от жидкости внутри трубы к охлаждающей жидкости снаружи будет равна:

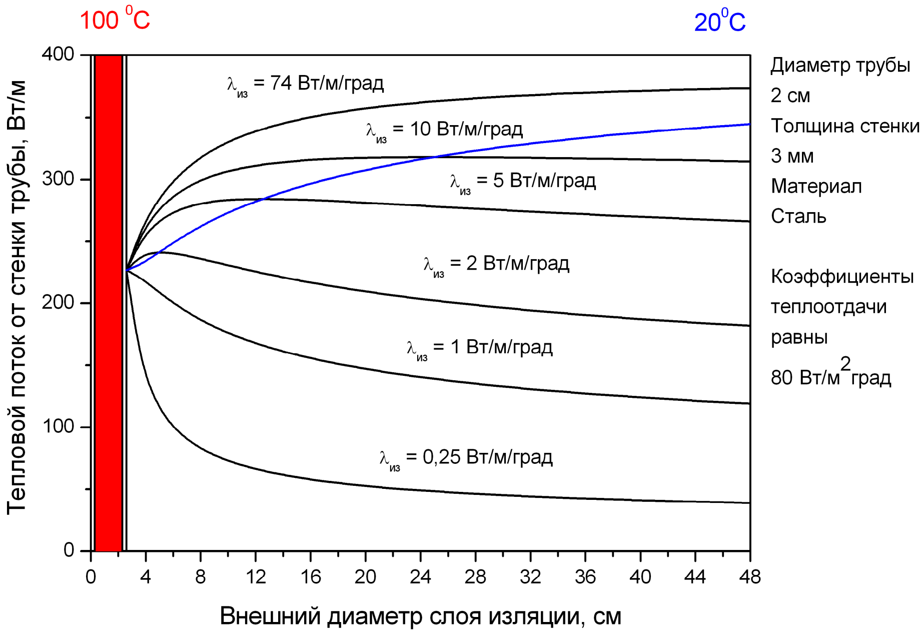
$$q_l = \frac{\pi\left(T_{ж1} - T_{ж2}\right)}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda_{мет}} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_{из}} \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\alpha_2 d_3}} \qquad (21)$$



В общем виде зависимость теплопотерь от диаметра внешней изоляции и её теплопроводности можно записать следующим образом:

$$q_l = \frac{\pi \Delta T}{k_{трубы} + \frac{1}{2\lambda_{из}} \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\alpha_2 d_3}} \qquad (22)$$

Как видно из рисунка, плотность теплового потока в зависимости от диаметра тепловой изоляции и её теплопроводности может, как увеличиваться, так и уменьшаться. Для каждого материала существует определённый так называемый **критический диаметр тепловой изоляции.** Если диаметр изоляционного слоя меньше этого диаметра, то теплопотери изолируемого потока жидкости только увеличиваются. Лучшие изоляционные материалы имеют очень маленькое значение критического диаметра (не превышающего несколько микрон).



На рисунке линиями сверху вниз представлены расчёты теплопотерь жидкости при изоляции трубы различными материалами от стекловаты до стали.

Получим общую формулу для определения значение критического диаметра тепловой изоляции. Для этого необходимо решить уравнение вида:

$$q_l'(d_3) = 0$$

$$q_l'(d_3) = -\pi\Delta T \frac{\dfrac{1}{2\lambda_{из} d_3} - \dfrac{1}{\alpha_2 d_3^2}}{\left(k_{трубы} + \dfrac{1}{2\lambda_{из}} \ln\dfrac{d_3}{d_2} + \dfrac{1}{\alpha_2 d_3}\right)^2} = 0 \qquad (23)$$

$$\boxed{d_{кр} = \frac{2\lambda_{из}}{\alpha_2}}$$

Как видно из рисунка, критический диаметр тепловой изоляции существует не для всех значений коэффициента теплопроводности. Для некоторых материалов $d_{кр} < d_2$ и в этом случае изоляционный материал при любой толщине слоя приводит к снижению интенсивности теплообмена с окружающей средой.